

Forze di attrito e teorema dell'energia cinetica

Si è compreso finora che in presenza di forze quali: la forza peso e la forza elastica, l'energia meccanica totale di un sistema fisico si conserva. Ciò significa che durante l'evoluzione del sistema, ovvero il moto delle parti che lo compongono, l'unica cosa che può capitare è uno scambio tra le 3 seguenti quantità:

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{energia cinetica}$$

$$E_{p,g} = mgh \quad \text{energia potenziale peso} \\ \text{(lavoro della forza peso)}$$

$$E_{p,e} = \frac{1}{2} k \Delta x^2 \quad \text{energia potenziale elastica} \\ \text{(lavoro della forza elastica)}$$

in altre parole la somma di queste 3 quantità deve rimanere costante:

$$E_K + E_{p,g} + E_{p,e} = \text{costante}$$

Questo è il postulato del principio di conservazione dell'energia meccanica, tale principio decade nel momento in cui siano presenti forze d'attrito, tali forze, infatti, determinano una perdita di energia, il che significa che durante il moto

①

la somma dei 3 termini indicati diventa progressivamente sempre più piccola.

Come è possibile allora risolvere problemi in cui è coinvolto il concetto di energia e contemporaneamente sono presenti forze d'attrito?

Bisogna utilizzare un altro strumento, specificatamente il cosiddetto "teorema dell'energia cinetica", a volte anche indicato con la dicitura "teorema delle forze vive". Cosa afferma tale teorema? Semplicemente che il lavoro compiuto da tutte le forze agenti sul sistema è pari alla variazione di energia cinetica, ovvero in termini matematici:

$$L_{\text{TOT}} = \Delta E_K = E_{K,\text{fin}} - E_{K,\text{in}}$$

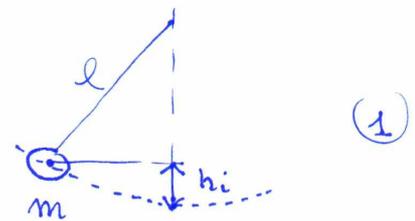
↳ "delta" significa variazione.

Si sottolinea il fatto che nel lavoro totale ci sono anche i contributi eventuali della forza peso e della forza elastica, per cui essendo tali lavori proprio le energie potenziali si ritrovano gli stessi termini che abbiamo già incontrato nel principio di conservazione dell'energia meccanica, con l'unica novità che adesso (2)

c'è anche il lavoro delle forze di attrito

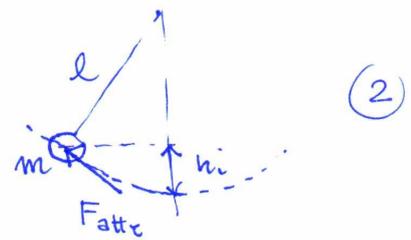
Un esempio per aiutare a capire il problema:

Consideriamo un pendolo che viene fatto partire da una altezza rispetto alla sua posizione di riposo pari ad "hi".

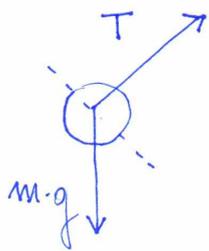


Le forze agenti sul pendolo sono solo due

- 1) la tensione della fune (T)
- 2) la forza peso ($m \cdot g$)



Ci si domanda: la tensione della fune compie lavoro rispetto allo spostamento del pendolo?



La risposta è no, perché essa è sempre perpendicolare alla direzione

dello spostamento, per cui l'unica forza che entra nei ragionamenti di tipo "energetico" è la forza peso. Ma la forza peso è conservativa, non dissipa energia, per cui al pendolo

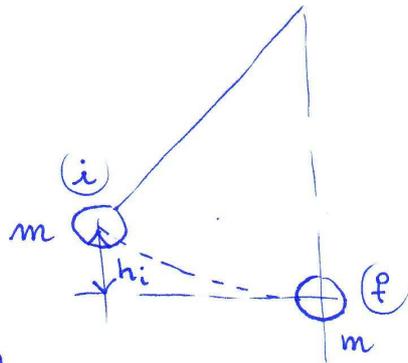
nella figura (1) si può applicare il principio di conservazione dell'energia meccanica: (3)

$E_{\text{mec},i} = E_{\text{mec},f}$ se si vuole calcolare
 la velocità del
 pendolo quando passa
 per la posizione verticale
 basterà applicare tale equazione
 considerando la posizione verticale come con-
 dizione finale.

$$E_{p,g}^i + E_k^i = E_{p,g}^f + E_k^f$$

all'inizio
 la velocità è
 nulla.

alla fine
 la massa
 passa per il
 punto a quota zero.



$$m \cdot g \cdot h_i = \frac{1}{2} m V_f^2 \rightarrow V_f^2 = 2 g h_i \rightarrow V_f = \sqrt{2 g h_i}$$

Ora consideriamo la situazione (2), in cui si
 è indicata una forza di attrito F_{att} che vorrebbe
 rappresentare l'effetto dell'aria. Si suppone che
 tale forza sia in ogni istante diretta come lo
 spostamento (ovvero cambi la sua direzione per
 essere sempre diretta come la tangente alla traietto-
 ria del pendolo).

Ebbene in questo caso non si può più usare
 la conservazione dell'energia meccanica, ma

(4)

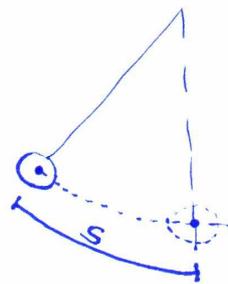
bisogna utilizzare il teorema dell'energia cinetica; in virtù della presenza della forza di attrito. Tuttavia abbiamo capito che alla fine il teorema dell'energia cinetica altro non è che il principio di conservazione dell'energia meccanica a cui va aggiunto il lavoro negativo della forza d'attrito. Nel nostro caso:

$$L_{\text{TOT}} = \Delta E_k = E_{k,f} - E_{k,i}$$

↳ la velocità iniziale è nulla

$$mgh_i - F_{\text{att}} \cdot s = \frac{1}{2} m v^2$$

dove con "s" si è indicato il tragitto curvo percorso dal pendolo. Facendo i calcoli



$$2gh_i - 2 \frac{F_{\text{att}} \cdot s}{m} = v^2 \quad \text{da cui}$$

$$v = \sqrt{2gh_i - 2 \frac{F_{\text{att}} \cdot s}{m}}$$

che si può scrivere anche:

$$v = \sqrt{2gh_i \left(1 - \frac{F_{\text{att}} \cdot s}{mgh_i} \right)}$$

che evidenzia come la velocità in questo caso sia minore rispetto al caso (1) (5)

Allo studente lascio una questione :

" Come cambierebbe la velocita' calcolata se la forza d'attrito non fosse sempre diretta lungo la traiettoria, ma fosse invece sempre orizzontale ? "