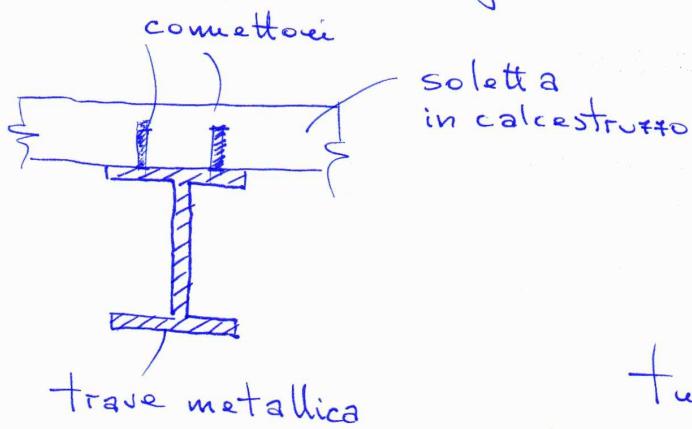


## Strutture miste acciaio - calcestruzzo

Tutte le volte in cui in un elemento resistente di una struttura si ha una combinazione tra parti metalliche e parti in calcestruzzo. Tra tutte le possibili applicazioni di tale combinazione, l'utilizzo nell'acquisto degli elementi portanti orizzontali (travi) è sicuramente quello più diffuso e anche quello più vantaggioso.

In genere si utilizza una trave metallica, usualmente a doppio T, alla cui ala superiore viene solidarizzata una soletta in calcestruzzo mediante appositi organi metallici detti "connettori".



L'utilizzo in questa modalità dei due materiali non è una idea recente, tuttavia, solo nel momento in cui la tecnologia ha messo a disposizione elementi in grado di garantire il trasferimento di elevati stati di tensione fra di essi, si è potuti passare dalla teoria alle applicazioni (ponte sullo Steinbach).

1935-36). In una prima fase queste realizzazioni si limitavano alle strutture da ponte, dopodiché cominciarono ad essere utilizzate anche per strutture che necessitavano grandi spazi aperti e quindi "luci" tra le colonne di notevole estensione.

Prima di entrare nel dettaglio dello studio della sezione mista, c'è bisogno di premettere che per le travi sono possibili tre approcci costruttivi:

- 1) realizzazione della soletta con travi metalliche integralmente puntellate;
- 2) realizzazione della soletta con travi metalliche parzialmente puntellate;
- 3) realizzazione della soletta con travi metalliche non puntellate;

La differenza sta nella seguente considerazione, nel caso 1) il peso proprio della trave e quello della soletta finisce che sia resistente non impegnando la trave metallica a flessione e taglio perché viene scaricato interamente dai puntelli al terreno. Dunque il sistema inizia a lavorare quando si tolgono i puntelli, operazione che

viene compiuta quando la soletta in calcestruzzo è diventata resistente. Ciò significa che tutti i carichi, sia i permanenti che gli accidentali, vanno sulla sezione mista. Negli altri 2 casi, invece, la trave metallica deve portare, per tratti limitati nel caso 2) o per l'intera sua estensione nel caso 3), il proprio peso proprio e quello della soletta non ancora resistente. Si avrà quindi una situazione in cui una parte dei carichi permanenti è "portata" dalla sola trave metallica, ed i restanti carichi dalla sezione mista. La soluzione 1) è ovviamente più vantaggiosa per la trave metallica, le soluzioni 2) e 3) lo sono maggiormente per i connettori che sono sollecitati dalla sola frazione di carico che interessa la sezione mista.

Queste considerazioni riguardano specificatamente il comportamento della trave in campo elastico al collasso, ovvero allo S.L.U., il procedimento costruttivo ha scarsa rilevanza, in quanto entro fine la resistenza ultima della trave che non dipende da come si riferiscono le azioni

la presenza di due materiali differenti introduce una serie di problematiche di calcolo non trascurabili:

- il calcestruzzo della roletta ha un comportamento geologico, ovvero col tempo e parità di carico, tende a diminuire la propria fidezza. Ovviamente l'acciaio è immune da tale fenomeno per "necessari" livelli di sollecitazione, il che evidenzia ancora di più gli effetti sulla sezione;
- la trave metallica è soggetta a fenomeni di instabilità locale, in particolare per le porzioni di sezione comprese in presenza di flessione;
- gli organi meccanici di collegamento (connettori) devono garantire la perfetta solidità tra i due diversi materiali. Il collasso deve avvenire invece per meccanismi che riguardano l'intera sezione, e non per distacco di uno dei due componenti dall'altro.

Relativamente a questo ultimo punto, i connettori possono avere di differenti tipologie, in genere vengono saldati sull'ala superiore del profilo e poi immersi nel letto di calcestruzzo.

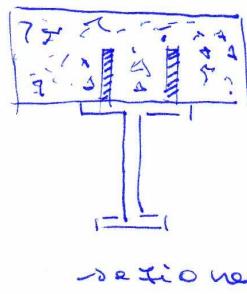
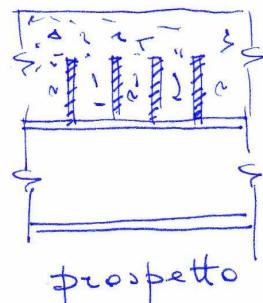
Gli dimensionamento dei connettori è un problema particolarmente

estico per via della concentrazione di tensioni che in essi si verifica. Le espressioni di calcolo usualmente utilizzate fanno riferimento ai risultati di ampie campagne sperimentali.

Cominciamo ad occuparci della verifica della sezione mista. Le ipotesi che si utilizzano nel calcolo sono sostanzialmente le stesse che si fanno per le sezioni in cemento armato:

- planarità delle sezioni degli elementi sotto l'effetto delle sollecitazioni applicate
- perfetta aderenza tra calcestruzzo e acciaio (il che equivale a dire che la deformazione di un elemento in acciaio e il calcestruzzo intorno è la medesima)
- trascurabilità della resistenza a trazione del calcestruzzo

(5)



Consideriamo dunque una sezione mista, esposta sotto l'azione di un momento flettente euterà intorno ad un asse, che diremo "asse neutro".

In virtù della prima e seconda ipotesi di calcolo il diagramma delle

" $\epsilon$ " è rettilineo. Non è invece rettilineo il diagramma delle tensioni, questo perché tensioni e deformazioni sono legate fra di esse mediante il modulo elastico, i quali sono disegnati:

$$\sigma_a = E_a \cdot \epsilon, \quad \sigma_s = E_s \cdot \epsilon, \quad \sigma_c = E_c \cdot \epsilon$$

↓                      ↓                      ↓  
 acciaio del profilo    acciaio                calcestruzzo  
 armatura della  
 soletta

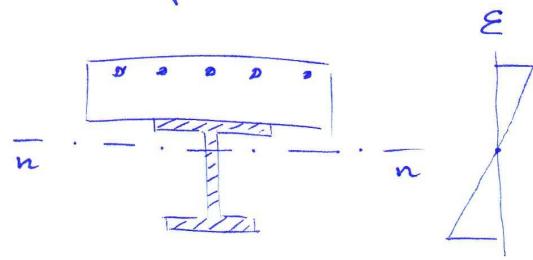
Il modulo elastico dell'acciaio è generalmente poco variabile per cui  $E_a = E_s$ . Supponendo un elemento in acciaio e uno in calcestruzzo in contatto quindi con la stessa  $\epsilon$ , deve risultare

$$\frac{\sigma_a}{E_a} = \frac{\sigma_c}{E_c} \quad \text{da cui:}$$

$$\sigma_a = \left( \frac{E_a}{E_c} \right) \sigma_c = n \cdot \sigma_c$$

" $n$ " è detto coefficiente di omogeneizzazione.

Esso consente di fare i calcoli considerando come fosse un unico materiale la sezione mista, a patto (6)

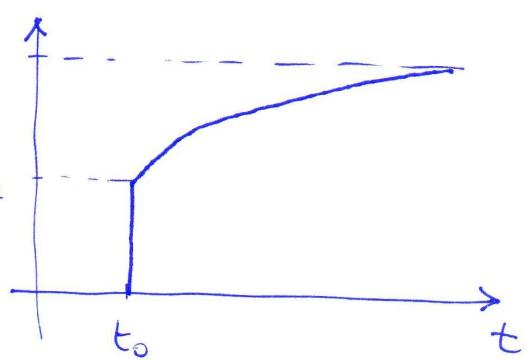


di moltiplicare le tensioni nell'acciaio per questo valore  $n$ . Nelle sezioni di c.a. ordinario si assume  $n=15$ , nelle travi rivete, invece, il coefficiente di omogeneizzazione si indica " $n_0$ " e si puo' assumere pari a:

$$\left\{ \begin{array}{ll} n_0 = 5 & \text{per calcestruzzi classe C55-60} \\ n_0 = 6 & \text{per calcestruzzi classe C40-45} \\ n_0 = 7 & \text{per calcestruzzi classe C30-35} \\ n_0 = 8 & \text{per calcestruzzi classe C20-25} \end{array} \right.$$

Come accennato precedentemente il calcestruzzo ha il problema dei fenomeni reologici, fra i quali fra tutti il "flusso", detto anche "viscosita". In cosa consiste? Quando si applica un carico ad un elemento in calcestruzzo questo immediatamente presenta una deformazione elastica  $\epsilon_e$ , se il carico continua a permanere con valore costante nel tempo, essendo  $\sigma$  costante ci si aspetterebbe che lo fosse anche  $\epsilon$ .

Invece la  $\epsilon$  tende ad aumentare con andamento asintotico, come rappresentato di lato.



(4)

Come si puo' modellare una simile condizione? L'idea piu' semplice e' definire per il calcestruzzo un modulo elastico che risulti essere funzione del tempo (si parla in questo caso di metodo EM, o del modulo efficace). Si puo' allora:

$$E_{c,e} = \frac{E_c}{1 + \varphi(t_0, t)}$$

e di conseguenza il coefficiente di omogeneizzazione diventa:

$$\eta_t = \frac{\epsilon_s}{E_{c,e}} = \frac{\epsilon_s}{E_c} (1 + \varphi(t_0, t))$$

Oltre alla viscosita', il calcestruzzo presenta anche un altro fenomeno denominato "ritiro", il quale avviene per la progressiva perdita di acqua in eccesso rispetto alla quantita' stocheometrica presente nell'impasto. Nel metodo EM gli effetti di tale fenomeno sono valutati separatamente e poi sommati a quelli della viscosita'. Se non entro troppo nello specifico si ricordi che la presenza del ritiro limita gli effetti della viscosita', e per tale motivo il coefficiente di omogeneizzazione assume la forma:

$$\eta_r = \frac{\epsilon_s}{E_c} (1 + 0,5 \varphi(t, t_0)) \quad (8)$$

Di seguito si qualificherà il comportamento della sezione in campo elastico e plastico, tenendo bene in mente come l'uno o l'altro comportamento sia sia dettato dalla condizioni di carico agente, ovvero dalla possibilità o meno che si attivino fenomeni di instabilità nelle porzioni di profilo metallico.

### Analisi elastica

Si ponono verificare 3 situazioni in presenza di sollecitazione flettente:

- 1 - momento positivo e soletta integralmente compresa;
- 2 - momento positivo e soletta parzialmente compresa;
- 3 - momento negativo - soletta interamente tesa;

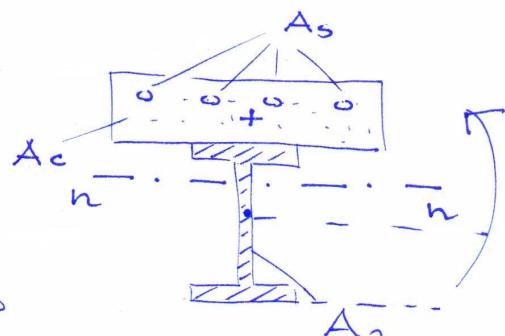
Analizziamo distintamente i 3 casi:

#### Caso 1

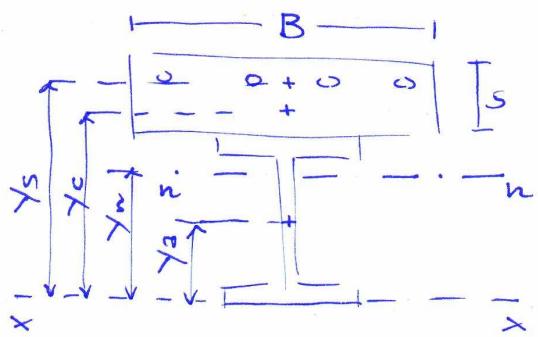
In questo caso avendo la sezione interamente reagente (il clp è compreso e l'acciaio

teggiisce sia a trazione che a

compressione) è possibile subito calcolare (9)



la posizione dell'asse neutro. Detti  $y_s$ ,  $y_c$  e  $y_a$  le distanze rispettivamente del profilo di acciaio, del calcestruzzo e dell'armatura, in termini di baricentro, e  $y_n$  l'analogia distanza dell'asse neutro, quest'ultima puo' essere calcolata come il baricentro della sezione composta in cui il contributo dell'acciaio va omogeneizzato col coefficiente " $n$ ".



(10)

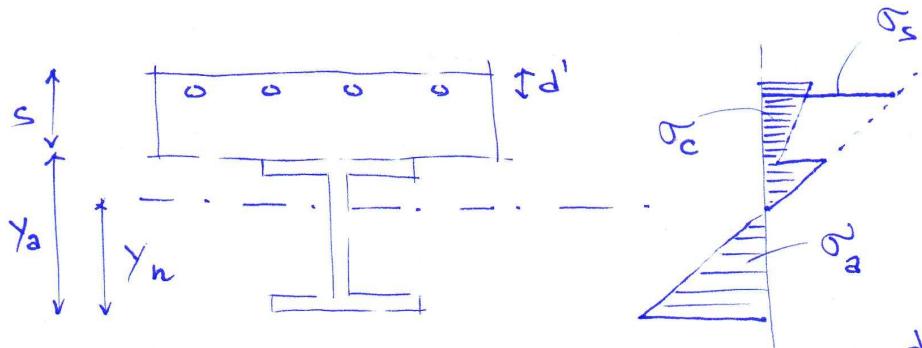
$$y_n = \frac{S_{xx}}{A_{\text{tot}}} = \frac{n(A_s y_s + A_a \cdot y_a) + B \cdot s \cdot y_c}{n(A_s + A_a) + B \cdot s}$$

A questo punto il momento resistente della sezione mista puo' essere calcolato con la classica formula di Navier in cui compare il momento d'inerzia dell'intera sezione rispetto all'asse neutro:

$$I_{nn} = n \left( I_{a,G} + A_a \cdot (y_n - y_a)^2 \right) + n A_s (y_s - y_n)^2 + \frac{B s^3}{12} + B \cdot s \cdot (y_c - y_n)^2$$

(si noti l'impiego del teorema degli assi paralleli o di Huyghens - Steiner)

(10)



Tenendo conto dell'effetto del coefficiente di omogeneizzazione, l'andamento delle tensioni è indicato in figura.

Le tensioni massime nei 3 elementi saranno così pari a:

$$\sigma_{c,\max} = \frac{M}{I_{nn}} \cdot (y_a + s - y_n)$$

$$\sigma_s = \frac{M}{I_{nn}} (y_s - y_n) \rightarrow \text{compressione}$$

$$\sigma_{a,\max} = \frac{M}{I_{nn}} \cdot y_n \rightarrow \text{trazione}$$

Si può così verificare quale dei 3 elementi raggiunga per primo il limite elastico, il momento corrispondente sarà il momento elastico della sezione.

Per la sua similitudine con il caso 1) si fa analogamente.

### Caso 3

In questa situazione la soletta è interamente tesa, per cui per le ipotesi di calcolo è considerata non reagente, di conseguenza la

sezione reagente è il solo profilo metallico, e l'armatura della soletta.

Le espansioni sono analoghe al caso precedente in cui si esclude il contributo della soletta.

$$Y_n = \frac{A_a \cdot Y_a + A_s \cdot Y_s}{A_a + A_s}$$

la "n" si eliminia sia al numeratore che al denominatore

$$I_{nn} = n(A_a \cdot Y_a^2 + A_s \cdot Y_s^2 + I_{a,G})$$

Le tensioni nella trave e nell'armatura valgono:

$$\sigma_s = n \frac{M}{I_{nn}} \cdot (Y_s - Y_n)$$

di trazione

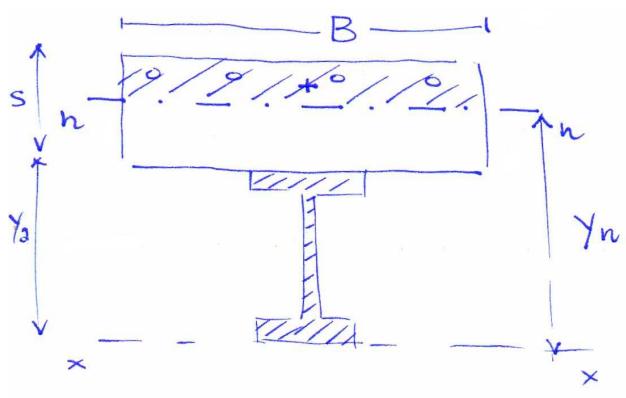
$$\sigma_{a,max} = n \frac{M}{I_{nn}} \cdot Y_n$$

di compressione

Si noti che se ne hanno i due "n" per cui è possibile calcolare l'inerzia rispetto all'asse neutro senza usare "n", poiché non lo si usa nemmeno nel calcolo delle tensioni.

Gli casi sicuramente più complicato è quello in cui il momento sia positivo, ma l'asse neutro tagli la soletta, ovvero il caso 2. La difficoltà sta nel fatto che a priori non è nota la sezione reagente

(12)



area così:

$$y_n = \frac{B \left( y_A + s - y_n \right) \cdot \left( y_n + \frac{y_A + s - y_n}{2} \right) + n \left( A_a y_A + A_s y_s \right)}{B \left( y_A + s - y_n \right) + n \left( A_a y_A + A_s y_s \right)}$$

Oppure si può imporre direttamente momento statico nullo rispetto all'asse neutro incognito:

$$\frac{B}{2} \cdot (y_A + s - y_n)^2 + n \left( A_a (y_n - y_A) + A_s (y_n - y_s) \right) = 0$$

sviluppando si ottiene

$$\frac{B}{2} \left[ (y_A + s)^2 + y_n^2 \right] - B (y_A + s) y_n + n (A_a + A_s) y_n - n \cdot (A_a y_A - A_s y_s) = 0$$

che ordinata diventa:

$$\begin{aligned} \frac{B}{2} y_n^2 + \left[ n (A_a + A_s) - B (y_A + s) \right] y_n + \\ + \frac{B}{2} (y_A + s)^2 - n (A_a y_A - A_s y_s) = 0 \end{aligned}$$

Il calcolo segue la stessa procedura vista precedentemente, solo che  $y_n$  influenza sulla posizione del baricentro della sezione reale di calcestruzzo. Si

Questa è una equazione di 2° grado la cui soluzione positiva fornisce  $y_n$

Il momento d'inerzia della sezione parzializzata sarà pari a

$$I_{nn} = \frac{B \cdot (y_a + s - y_n)^3}{3} + n A_s (y_s - y_n)^2 + n I_{a,g} + n A_a (y_n - y_a)^2$$

↓      ↓  
 momento d'inerzia  
 di un rettangolo  
 rispetto ad un suo  
 lato.

teorema  
 degli assi  
 paralleli

e quindi le tensioni:

$$\sigma_{c,max} = \frac{M}{I_{nn}} \cdot (y_a + s - y_n) \quad \text{compressione}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{I_{nn}} (y_s - y_n) \quad \text{compressione}$$

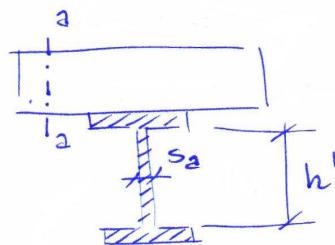
$$\sigma_{a,max} = \frac{M}{I_{nn}} y_n \quad \text{trazione}$$

Ora una domanda c'è da farsi, come facciamo a priori a sapere in quale dei 3 casi ci troviamo? La risposta è: non lo sappiamo. La strategia migliore da seguire è quella di mettersi in un caso semplice e poi, calcolata  $y_n$ , andare a vedere se l'ipotesi iniziale è soddisfatta.

Se il momento è negativo nel 99% dei casi si è nella situazione 3) con la solletta non reagente, se il momento è positivo conviene partire dal caso 1) che è più semplice e se  $y_n > y_s$  passare al caso 2).

### Verifica a taglio

Essendo in campo elastico le tensioni tangenziali si calcolano con la teoria di



Touraudsky. Per il calcestruzzo tale valutazione va eseguita su di una corda orizzontale a-a in prossimità del profilo; al contrario per l'acciaio la situazione è più complessa ed andrebbe ricercata una tensione ideale massima.

Nei casi pratici la verifica a taglio del profilo può essere fatta in maniera conservativa affidando tutto il taglio all'area dell'animale e calcolando la tensione come forza distribuita uniformemente (tensione media):

$$\sigma_{a,med} = \frac{I}{S_a \cdot h'}$$

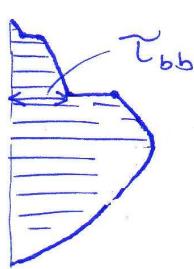
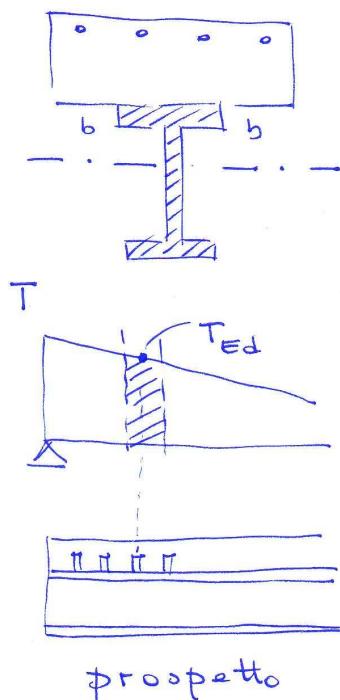
In campo elastico è richiesto che le tensioni tangenziali per entrambi i materiali siano minori delle tensioni ammissibili

(15)

## Calcolo dei connettori in campo elastico

Cominciamo subito con il precisare che il progetto e la verifica dei connettori dipende dal tipo di calcolo che si esegue: elastico, elastico con riedistribuzione dei momenti, plastico.

In questa fase occupiamoci del primo caso, che si sostanzia nel calcolo delle tensioni tangenziali all'interfaccia fra calcestruzzo e acciaio,



e al trasferimento della risultante dei carichi

In particolare considerata la posizione del connettore, si prende il valore medio del taglio e con esso si valuta lo sforzo totale di scorrimento:

$$\Delta S = \left( \frac{T_{Ed} \cdot S'_x}{I_{nn}} \right) \cdot \Delta z$$

$S'_x$  è il momento statico della parte di sezione sopra la sezione b-b:

$$S'_x = \frac{B \cdot s^2}{2} + n A_s (y_s - y_a)$$

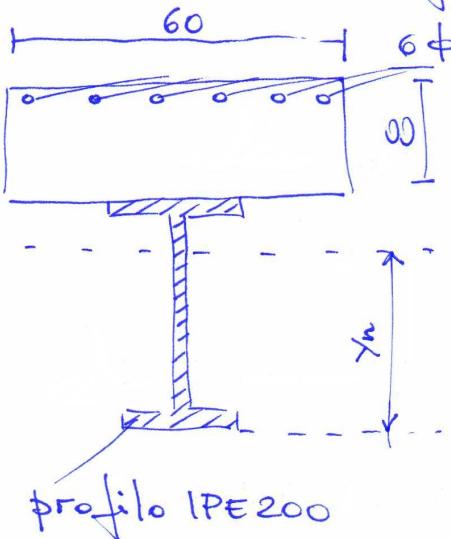
(16)

A questo punto presentiamo un esempio che riguarda i concetti esposti per il calcolo in campo elastico.

### Esempio

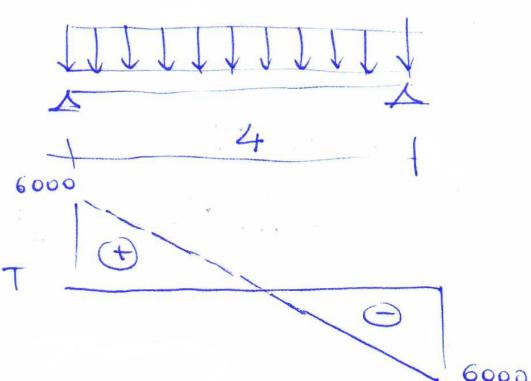
Consideriamo una trave di lunghezza  $l = 4 \text{ m}$ , soggetta in condizioni di esercizio (combinazione frequente) ad un carico  $q = 3000 \text{ kg/m}$ .

Si intende verificare una trave mista con di-



mensure rappresentate, in cui il calcestruzzo è classe C25-30, l'acciaio in barre B450C e l'acciaio della trave IPE 200, S275.

Risolvendo il classico schema su due appoggi si ha:

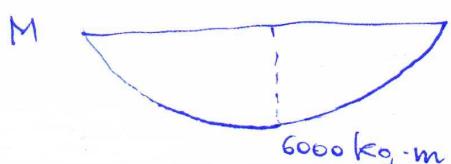


$$M_{\max} = \frac{q l^2}{8} = \frac{3000 \cdot 4^2}{8} = 6000 \text{ kgm}$$

$$T_{\max} = \frac{q l}{2} = \frac{3000 \cdot 4}{2} = 6000 \text{ kg}$$

Il momento è massimo in metà sezione ed è positivo.

Si parte con l'ipotesi che l'asse neutro tagli il profilo (sezione non parzializzata) (17)



$$y_n = \frac{n(A_a \cdot y_a + A_s \cdot y_s) + B \cdot s \cdot y_c}{n(A_a + A_s) + B \cdot s} =$$

$$= \frac{15(28,48 \cdot 10 + 6 \cdot 1,13 \cdot 25)}{15(28,48 + 6 \cdot 1,13)} + \frac{8 \cdot 60 \cdot 24}{8 \cdot 60} = \frac{18334}{1009} \approx 18,17$$

Come è possibile verificare l'asse neutro è minore di 20 cm per cui era taglia effettivamente il profilo e quindi l'ipotesi iniziale è corretta.

Calcoliamo il momento d'inerzia rispetto all'asse neutro:

$$I_{nn} = \frac{B \cdot s^3}{12} + B \cdot s (y_c - y_n)^2 + n \cdot A_s (y_s - y_n)^2 +$$

$$+ n (I_{a,G} + A_a \cdot (y_a - y_n)^2) =$$

$$= \frac{60 \cdot 8^3}{12} + 60 \cdot 8 \cdot (24 - 18,17)^2 + 15 \cdot 6 \cdot 1,13 \cdot (25 - 18,17)^2 +$$

$$+ 15 \cdot (1943,17 + 28,48 \cdot 8,17^2) \approx 81281 \text{ cm}^4$$

Calcoliamo, infine, le tensioni sui materiali:

$$\sigma_{c,max} = \frac{M}{I_{nn}} \cdot (y_c - y_n) = \frac{600000}{81281} \cdot (24 - 18,17) =$$

$$= 72,56 \text{ kg/cm}^2$$

La tensione ammessa di un C25-30 è pari a:

$$\bar{\sigma}_c = 6 + \frac{R_{ck} - 15}{4} = 6 + \frac{50 - 15}{4} = 9,75 \rightarrow 97,50 \text{ kg/cm}^2$$

il calcestruzzo è dunque verificato.

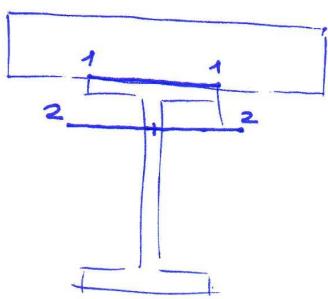
$$\sigma_{s,\max} = \frac{n \cdot M}{I_{nn}} (y_s - y_n) = \frac{15 \cdot 600000}{81281} \cdot (25 - 18,17) = \\ = 756,26 \text{ kg/cm}^2$$

La tensione ammisible delle barre B450C è pari a  $2600 \text{ kg/cm}^2$ , per cui l'armatura è verificata.

$$\sigma_{s,\max} = \frac{n \cdot M}{I_{nn}} (y_n) = \frac{15 \cdot 600000}{81281} \cdot 18,17 = 2011,9 \text{ kg/cm}^2$$

La tensione ammisible dell'acciaio S275 è pari a  $1900 \text{ kg/cm}^2$ , per cui il profilo di acciaio non risulta verificato, e va sostituito con uno di dimensioni maggiori. Sia cura del lettore sostituire all'IPE 200, un profilo che porti alla verifica della sezione.

Ci occupiamo ora della verifica a taglio, calcoliamo la  $\tilde{\sigma}$  sulla corda tra calcestruzzo e profilo e poi nella corrispondenza dell'asse neutro, che ci



serviteranno rispettivamente per la verifica del calcestruzzo e del profilo in acciaio a taglio.

$$\tilde{\sigma}_{11} = \frac{T_{\max} S_{11}}{B \cdot I_{nn}} = \frac{6000 \cdot (60 \cdot 8/2 + 156 \cdot 1,12 \cdot 5)}{60 \cdot 81281}$$

(19)

$$= \frac{100}{6000 \cdot 81281} = 3,02 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{la tensione ammisible}$$

$$\sigma_{co} = 4 + \frac{R_{ck} - 150}{75} =$$

$$= 4 + \frac{300 - 150}{75} = 6 \text{ kg/cm}^2$$

quindi il calcestruzzo è verificato a taglio.

$$\sigma_{zz} = \frac{6000 \cdot (60 \cdot 8 \cdot (24 - 18,17) + 15 \cdot 6 \cdot 1,12 \cdot (25 - 18,17))}{0,56 \cdot 81281} =$$

$$= \frac{6000 \cdot (2798,4 + 688,46)}{0,56 \cdot 81281} = 459,63 \text{ kg/cm}^2$$

usando il criterio di Von Mises si può definire una  $\sigma_{am} = \frac{\sigma_{am}}{\sqrt{3}} = \frac{1900}{\sqrt{3}} = 1097$  Dunque anche il profilo è verificato a taglio

Ora progettiamo i connettori, in particolare decidiamo in una sezione di utilizzare  $2 \phi 20$ , per un'area resistente di  $6,28 \text{ cm}^2$ . Possiamo calcolare quanto taglio portano questi connettori

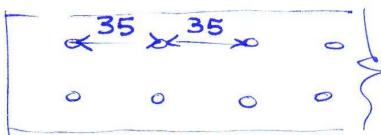
$$T_s = A_{con} \cdot \frac{\sigma_{am}}{\sqrt{3}} = 6,28 \cdot 1097 = 6889 \text{ kg}$$

esendo lo scocciamento pari a:

$$S = \frac{T_{max} \cdot (S_{11} - I_{nn})}{81281} \cdot \Delta z = 6889 \text{ kg}$$

Il fano massimo dei connettori sarà pari a:

Pianta

$$\Delta z = \frac{6889 \cdot 81281}{6000 \cdot 2458} = 37,96 \text{ cm} \quad \begin{aligned} &\text{si metteranno} \\ &\text{duque in} \\ &\text{opera una} \\ &\text{coppia di} \\ &\text{connettore ogni 35 cm.} \end{aligned}$$


Si fa notare che per il calcolo si è utilizzato il taglio massimo e che quindi questo fano dei connettori potrebbe essere aumentato man mano che ci si avvicina alla metà. Tale eventualità rende la carpenteria più completa e viene utilizzata solo nel caso di tagli importanti per cui i connettori agli appoggi risultino molto ravvicinati.