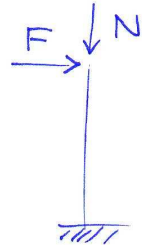


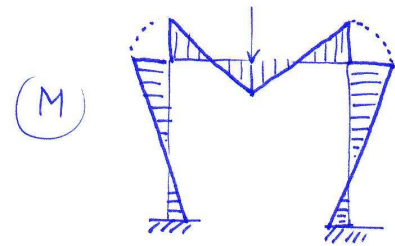
Elementi preo-inflenti

Le aste in acciaio si trovano in condizioni di preo-flessione quando si verifica una delle seguenti eventualità:

- una forza normale \vec{F} è applicata in posizione eccentrica rispetto al baricentro, con eccentricità superiore a $L/1000$, dove " L " è la lunghezza dell'elemento
- l'asta compressa è soggetta anche ad azioni che inducono flessione, per esempio forze applicate perpendicolarmente all'asta



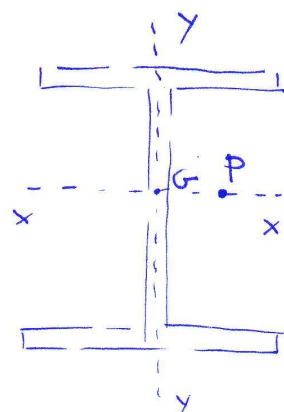
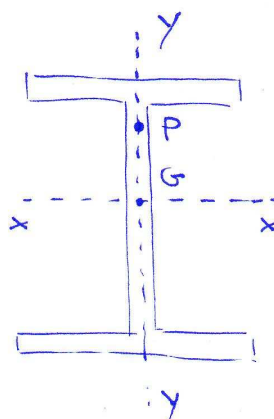
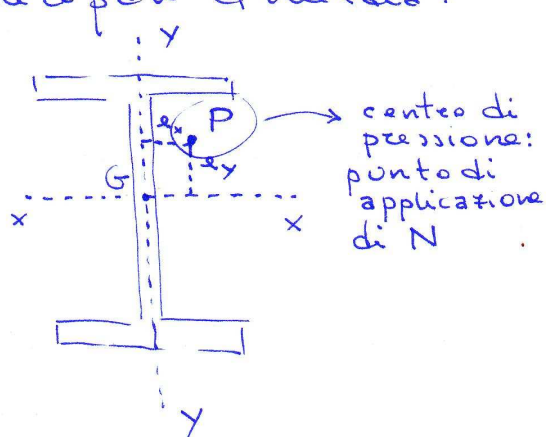
- l'asta appartiene ad una struttura intelaiata, per cui momento sulle colonne è presente nel caso di applicazione di carichi verticali alla trave



- l'asta è soggetta ad azione baricentrica ma, appartenendo alla classe 4, la sezione efficace presenta un baricentro differente con conseguente eccentricità.

Si possono inoltre verificare 3 casi distinti, in base alla posizione del carico rispetto agli assi,

principali d'inerzia:



$$e_x \neq 0 \quad e_y \neq 0$$

Sforzo normale +
flessione deviata

$$e_x = 0 \quad e_y \neq 0$$

Sforzo normale +
flessione retta
intorno ad x-x

$$e_x \neq 0 \quad e_y = 0$$

Sforzo normale
+ flessione retta
intorno a y-y

Per gli elementi preno-inflenti vanno condotte sia verifiche di resistenza che di stabilità, si intende qui sottolineare come generalmente siano queste ultime le più penalizzanti. Sono rari, invece, i casi in cui c'è bisogno di effettuare verifiche di deformabilità.

Resistenza: Nel caso la sezione di un elemento strutturale sia preno-inflenta e vincolata in maniera tale da escludere fenomeni di instabilità, la massima tensione σ sarà pari a:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{W}$$

area modulo
di resistenza
nel piano
della sezione ()

Come già visto nel caso di elementi inflessi, va tenuta in conto anche la presenza dell'azione di taglio, la quale oltre a determinare una specifica verifica, può portare alla penalizzazione della resistenza a flessione della sezione.

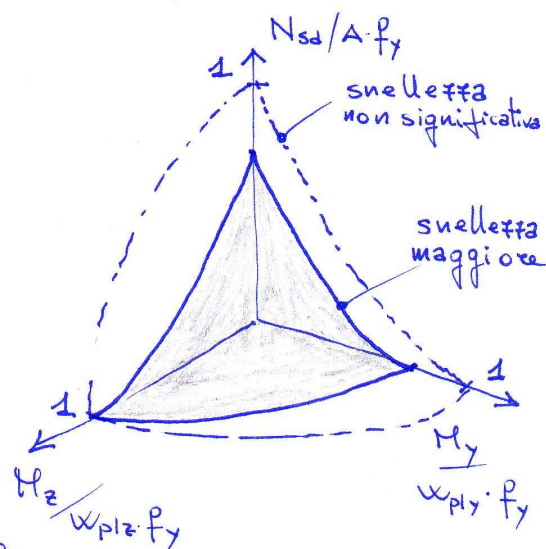
Stabilità: Nel caso di preo flessione le modalità di instabilizzazione della sezione possono essere diverse in funzione della geometria della stessa e delle condizioni di vincolo. Nel caso in cui baricentro e centro di taglio coincidono (ovvero il peso proprio non ha effetti di tipo torsionale sulla sezione), si presentano due forme tipiche di instabilità:

- instabilità piana: nel caso in cui la presenza di vincoli evita lo sbandamento dell'elemento di sezione compreso, l'asta si inflette nel piano che contiene l'eccentricità del carico.
- instabilità flessione-torsionale: quando l'instabilità è accompagnata dallo sbandamento laterale tipico dello svergolamento.

Nel caso in cui centro di taglio e baricentro della sezione non siano coincidenti, allora l'instabilità flessione-torsionale risulta determinante anche nel caso di carico centrato.

Lo studio della precessione si esegue mediante l'analisi dei cosiddetti: "domini di interazione" tra azione assiale e azioni flettenti lungo le direzioni principali della sezione.

Con riferimento al caso più generale di precessione e flessione biassiale, in cui l'instabilità piana è una modalità di collasso, a lato si raffigura due tipici domini di interazione.



Si noti che sugli assi sono riportati i momenti e gli sforzi normali adimensionalizzati al loro valore massimo; ogni singolo dominio rappresenta il luogo geometrico delle terne (N_{sd}, M_y, M_z) per cui la sezione risulta essere verificata. All'incrementare della snellezza il volume del dominio si riduce a causa della presenza dei fenomeni di instabilità. Come si può immaginare lo studio rigoroso del

(4)

problema con la formulazione analitica dei domini di sicurezza nella forma $f(N_{sd}, H_y, H_z) = 0$ risulta essere piuttosto complessa, ed ecco il motivo per il quale le principali normative propongono criteri semplificati di tipo cautelativo.

Deformabilità: Nel caso in cui sia necessario valutare l'abbassamento V_{PR} di elementi preno-inflessi, è possibile stimarlo semplificando gli spostamenti legati ai soli carichi verticali. Una stima sufficientemente dettagliata è fornita dall'espressione:

$$V_{PR} = \left(\frac{1}{1 - \frac{N}{N_{crit}}} \right) \cdot v$$

Passiamo ora a vedere cosa dicono le normative in merito al problema analizzato.

Per quanto attiene alla resistenza il D.M. 08 dice che nel caso di preno o tenso flessione retta per sezioni a doppio T o ad H di classe 1 e 2 con due assi di simmetria, in cui il piano di flessione è quello dell'anima (caso più ricorrente) la resistenza convenzionale a flessione è posta pari a:

$$M_{N,y,Rd} = M_{pl,y,Rd} \cdot \left(\frac{1-n}{1-0,5\alpha} \right) \leq M_{pl,y,Rd}$$

con : $n = N_{Ed} / N_{pl,Rd}$

$$\alpha = \frac{A - 2(b \cdot t_f)}{A} \leq 0,5$$

area lorda sezione
larghezza ali
spessore delle ali

Nel caso della medesima tipologia di sezione, ma flessione nel piano delle ali, la stessa quantità può essere valutata come:

$$\begin{cases} M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} & \text{per } n \leq \alpha \\ M_{N,z,Rd} = M_{pl,z,Rd} \left[1 - \left(\frac{n-\alpha}{1-\alpha} \right)^2 \right] & \text{per } n > \alpha \end{cases}$$

Ovviamente, per questo tipo di sezione, la verifica si esegue verificando che il momento di progetto agente sia minore di quello convenzionale resistente.

Nel caso di prezzo o tenso flessione biassiale (o deviata) applicata a sezioni a doppio T o ad H doppiamente simmetriche, la verifica va effettuata mediante la relazione:

$$\left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right)^2 + \left(\frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right)^{5n} \leq 1 \quad \text{per } n \geq 0,2$$

queste 2 quantità sono le resistenze convenzionali definite per la prezzo tenso flessione retta

$$\left(\frac{M_{y,Ed}}{M_{N,y,Rd}} \right) + \left(\frac{M_{z,Ed}}{M_{N,z,Rd}} \right) \leq 1 \quad \text{per } \eta < 0,2$$

ed in tutti
i casi di
sezioni senza
doppio asse di
simmetria di classe
1 e 2

Per le sezioni di classe 3, in assenza di taglio, la verifica a presso-tenso flessione retta o biaxiale è condotta con i metodi dell'analisi elastica, mediante la valutazione della tensione massima corrispondente all'azione applicata e relativo confronto con $f_{y,d}$. Va considerata l'eventuale presenza di fori.

Per le sezioni classe 4, la metodologia è analoga alle sezioni classe 3, con la differenza di dover far riferimento alla sezione efficace.

In generale, come noto, alla flessione si accompagna sempre una certa quota di taglio. Se il taglio applicato di progetto V_{Ed} è minore del 50% di $V_{c,Rd}$ allora vale la trattazione finora esposta, se invece ciò non accade si assume nel calcolo, dei momenti resistenti, una tensione di snervamento ridotta: $f_{y,red} = (1 - \rho) f_{yk}$ con:

(7)

$$\rho = \left[\frac{2 V_{Ed}}{V_{C,Rd}} - 1 \right]^2$$

Questo è ciò che dice la normativa vigente in termini di verifica di resistenza, per le verifiche di instabilità, essa, al punto 4.2.4.1.3.3, recita testualmente "per elementi strutturali soggetti a compressione e flessione, si debbono studiare i relativi fenomeni di instabilità facendo riferimento a normative di comprovata validità"

In questa sede vedremo come l'Eurocodice 3 tratta i problemi dell'instabilità piana e flessione-torsionale.

Instabilità piana: le formule di verifica previste si distinguono in funzione della classe della sezione

Per sezioni plastiche (classe 1) e compatte (classe 2) vanno utilizzate le normali proprietà geometriche (da tabella) e si chiede che sia verificata la seguente relazione:

$$\frac{N_{sd}}{\chi_{min} \cdot A \cdot f_y} + \frac{K_y \cdot M_{y,sd}}{W_{pl,y} \cdot f_y} + \frac{K_z \cdot M_{z,sd}}{W_{pl,z} \cdot f_y} \leq 1$$

in cui il coefficiente χ è praticamente analogo a quello definito dal DMOB, mentre i termini k_y e k_z tengono in conto dell'influenza del livello di carico assiale e della snellezza dell'elemento, le risorse resistenti in campo plastico e la distribuzione delle azioni flettenti.

I coefficienti in oggetto sono definiti come segue:

$$k_y = 1 - \frac{p_y \cdot N_{sd}}{\chi_y \cdot A \cdot f_y} \leq 1,5$$

$$k_z = 1 - \frac{p_z \cdot N_{sd}}{\chi_z \cdot A \cdot f_y} \leq 1,5$$

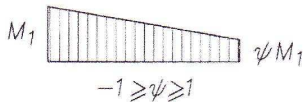
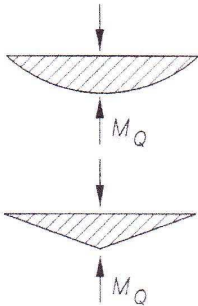
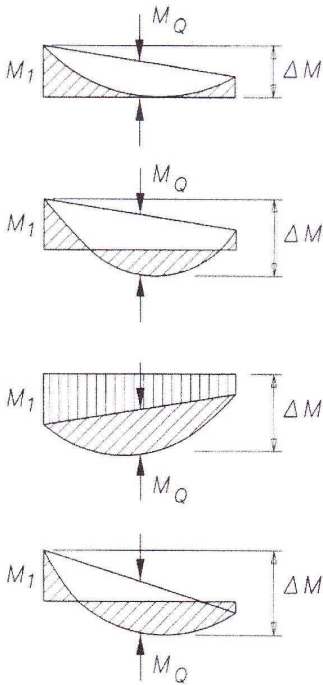
in esse i termini p_y e p_z sono pari a:

$$p_y = \bar{\lambda}_y \cdot (2\beta_{M_y} - 4) + \frac{W_{pl,y} - W_{el,y}}{W_{el,y}} \leq 0,9$$

$$p_z = \bar{\lambda}_z \cdot (2\beta_{M_z} - 4) + \frac{W_{pl,z} - W_{el,z}}{W_{el,z}} \leq 0,9$$

Le quantità β_{M_y} e β_{M_z} rappresentano quelli che si chiamano "coefficienti di momento equivalente uniforme" da dedurre, in base al diagramma del momento flettente tra i punti oggetto di vincolo allo spostamento, così come indicato nella seguente tabella:

Tabella 4.9 Coefficienti di momento equivalente uniforme.

Diagramma del momento	Coefficiente di momento equivalente uniforme β_M
<p>Momenti all'estremità</p>  <p>M_1 ψM_1 $-1 \geq \psi \geq 1$</p>	$\beta_{M,\psi} = 1,8 - 0,7 \psi$
<p>Momenti dovuti a carichi laterali nel piano</p> 	$\beta_{M,Q} = 1,3$ $\beta_{M,Q} = 1,4$
<p>Momenti dovuti a carichi laterali nel piano più momenti d'estremità</p> 	$\beta_M = \beta_{M,\psi} + \frac{M_Q}{\Delta M} (\beta_{M,Q} - \beta_{M,\psi})$ $M_Q = \max M \text{ dovuto al solo carico laterale}$ $\Delta M = \begin{cases} \max M & \text{per diagramma del momento senza scambio di segno} \\ \max M + \min M & \text{per diagramma del momento con cambio di segno} \end{cases}$

Le snellezze adimensionalizzate $\bar{\lambda}_y$ e $\bar{\lambda}_z$ sono definite mediante l'espressione

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\beta_A \cdot A \cdot f_y}{N_{cr}}}$$

in cui il carico critico è valutato rispetto agli assi y (per $\bar{\lambda}_y$) e z (per $\bar{\lambda}_z$).

coefficiente di riduzione nominale della sezione, pari a 1 per le sezioni classe 1, 2, 3 e A_{eff}/A per le sezioni classe 4.

Per le sezioni "semi-compatte", di classe 3, vanno utilizzati i moduli di resistenza elastici $W_{el,y}$ e $W_{el,z}$; l'espressione di verifica diventa:

$$\frac{N_{sd}}{\chi_{min} \cdot A \cdot f_y} + \frac{k_y \cdot M_{y,sd}}{W_{el,y} \cdot f_y} + \frac{k_z \cdot M_{z,sd}}{W_{el,z} \cdot f_y} \leq 1$$

$\gamma_{M1} \qquad \qquad \qquad \gamma_{M1} \qquad \qquad \qquad \gamma_{M1}$

Ovviamente dovendosi sostituire W_{pl} con W_{el} il secondo addendo delle quantità ρ_y e ρ_z si elidono, per cui:

$$\rho_y = \bar{\lambda}_y \cdot (2 \beta_{My} - 4)$$

$$\rho_z = \bar{\lambda}_z \cdot (2 \beta_{Mz} - 4)$$

Infine nel caso di sezioni trasversali snelle, classe 4, bisogna fare riferimento alle caratteristiche geometriche efficaci e all'eventuale eccentricità aggiuntiva dovuta alla flessione (11)

zione della sezione:

$$\frac{N_{sd}}{\chi_{min} \cdot A \cdot f_y} + \frac{k_y \cdot (M_{y,sd} + N_{sd} \cdot e_{Ny})}{W_{eff,y} \cdot f_y} + \frac{k_z \cdot (M_{z,sd} + N_{sd} \cdot e_{Nz})}{W_{eff,z} \cdot f_y} \leq 1$$

eccentricità aggiuntive

Instabilità flessione-torsionale: Anche in questo caso le espressioni di verifica dipendono dalla classe della sezione:

Classe 1 e 2

$$\frac{N_{sd}}{\chi_z \cdot A \cdot f_y} + \frac{k_{LT} \cdot M_{y,sd}}{\chi_{LT} \cdot W_{ply} \cdot f_y} + \frac{k_z \cdot M_{z,sd}}{W_{pl,z} \cdot f_y} \leq 1$$

è funzione della snellezza flessione-torsionale λ_{LT} , ovvero della distanza tra 2 ritegni torsionali successivi
 Il suo calcolo è stato già trattato quando si è parlato di elementi inflessi.

Il termine k_{LT} è definito come:

$$k_{LT} = 1 - \frac{\rho_{LT} \cdot N_{sd}}{\chi_z \cdot A \cdot f_y} \leq 1$$

Il termine ρ_{LT} , a sua volta, è funzione della snellezza adimensionalizzata $\bar{\lambda}_z$ e del termine $\beta_{M,LT}$ che si calcola comunque dalla tabella di pag. (10):

(10)

$$\rho_{LT} = 0,15 \bar{\lambda}_z \cdot \beta_{M,LT} - 0,15 \leq 0,9$$

Per sezioni di classe 3 analogamente al caso dell'instabilità laterale:

$$\frac{N_{sd}}{\chi_z \cdot A \cdot f_y} + \frac{k_{LT} \cdot M_{y,sd}}{\chi_{LT} \cdot \frac{W_{el,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} + \frac{k_z \cdot M_{z,sd}}{\frac{W_{el,z} \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$

così come per le sezioni di classe 4, in cui si introduce l'area efficace e i suoi effetti sull'eccentricità:

$$\frac{N_{sd}}{\chi_z \cdot A_{eff} \cdot f_y} + \frac{k_{LT} \cdot (M_{y,sd} + N_{sd} \cdot e_{Ny})}{\chi_{LT} \cdot \frac{W_{eff,y} \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} + \frac{k_z \cdot (M_{z,sd} + N_{sd} \cdot e_{Nz})}{\frac{W_{eff,z} \cdot f_y}{\gamma_{M1}}} \leq 1$$