

Esercitazione del 09/06/11

La presenza dei vincoli riduce il numero di incognite cinematiche, ma introduce incognite di natura statica

(le reazioni dei vincoli). Nel caso in esame la configurazione del tratto articolato di elementi rigidi è chiamata dagli spostamenti verticali dei punti C e B, mentre le 2 cerniere introducono

come incognite le reazioni

$$V_A \text{ e } V_C.$$

Le incognite complessive restano 4, che possono calcolarsi utilizzando 4 equazioni di equilibrio, rispettivamente equilibrio alla traslazione e alla rotazione per i tratti (I) e (II).

Di seguito si riportano le equazioni necessarie alla risoluzione del problema:

Equilibrio traslazione verticale tratto (II)

$$k \frac{(w_B + w_C)}{2} \cdot \frac{L}{2} - V_c - 40t = 0 \quad \dot{P}_B = k w_B \\ \dot{P}_C = k w_C$$

$$(1) \frac{\dot{P}_B + \dot{P}_C}{2} \cdot \frac{L}{2} - V_c = 40t$$

Equilibrio alla rotazione intorno a C del tratto (II) ↗

$$.. 40 \cdot 1,5 + 15 - \dot{P}_C \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{L}{4} - \left(\frac{\dot{P}_B - \dot{P}_C}{2} \right) \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{2}{3} \frac{L}{2} = 0$$

$$75 - \dot{P}_C \frac{L^2}{8} + \frac{\dot{P}_C L^2}{12} - \frac{\dot{P}_B L^2}{12} = 0$$

$$(2) 75 - \frac{\dot{P}_C L^2}{24} - \frac{\dot{P}_B L^2}{12} = 0$$

Equilibrio alla traslazione verticale tratto (I)

$$(3) V_A - 30t + V_c + \dot{P}_C \cdot \frac{L}{2} = 0$$

Equilibrio alla rotazione del tratto (I) intorno ad A ↘

$$30 \cdot 2 + 20 - \frac{\dot{P}_C L}{2} \cdot \frac{2}{3} \frac{L}{2} - V_c \cdot \frac{L}{2} = 0$$

$$(4) 80 - \frac{\dot{P}_C L^2}{12} - \frac{V_c L}{2} = 0$$

Risolviamo il sistema con le 4 equazioni ordinate:

(2)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{P_B L}{4} + \frac{P_C L}{4} - V_C = 40 \\ \frac{P_B L^2}{12} + \frac{P_C L^2}{24} = 75 \\ \frac{P_C L}{4} + V_A + V_C = 30 \\ \frac{P_C L^2}{12} = 80 \end{array} \right.$$

sostituendo
ad L il suo
valore (9.0m)
si ottiene:

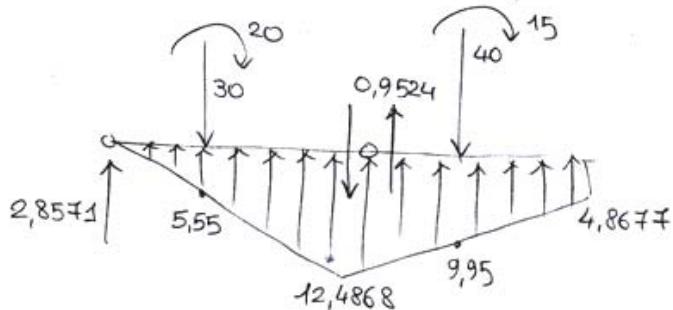
$$\left\{ \begin{array}{l} 2,25 P_B + 2,25 P_C - V_C = 40 \\ 6,75 P_B + 3,375 P_C = 75 \\ 2,25 P_C + V_A + V_C = 30 \\ 6,75 P_C + 4,5 V_C = 80 \end{array} \right.$$

Risolvendo si ottengono i seguenti valori:

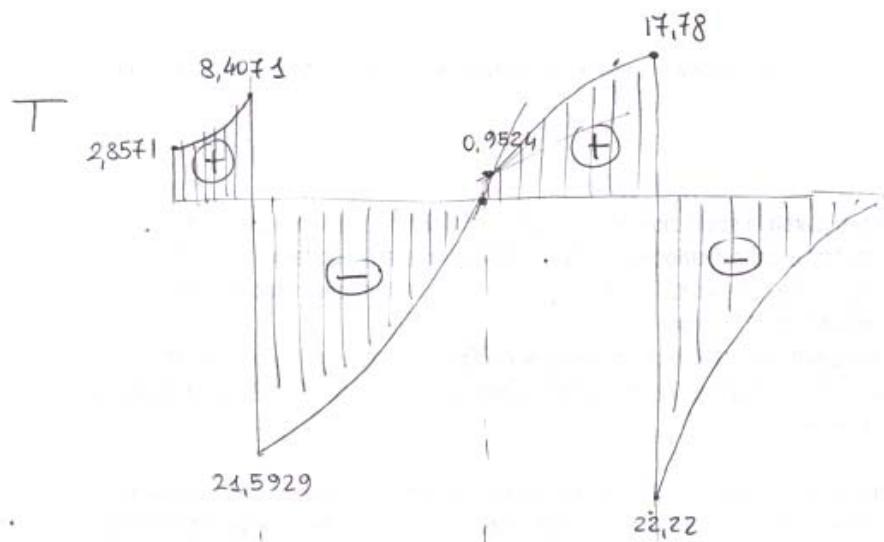
$$P_B = 4,8677t; \quad P_C = 12,4868t; \quad V_A = 2,8571t; \quad V_C = -0,9524t$$

$(w_B = \frac{48,67 \text{ kg/cm}}{11,6235} = 4,187 \text{ cm} \quad w_C = \frac{124,86}{11,6235} = 10,742 \text{ cm})$

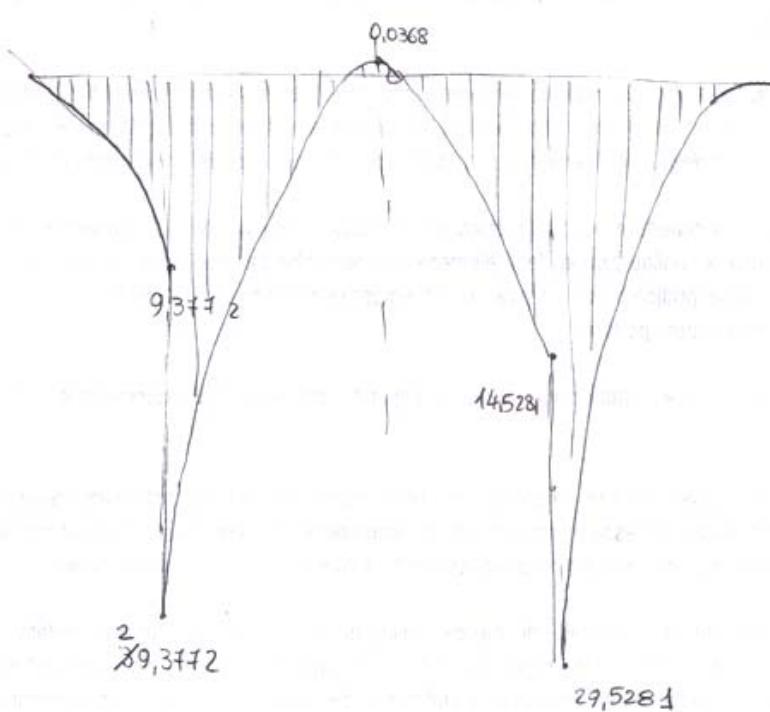
Lo schema delle forze con il quale calcolare le sollecitazioni è dunque il seguente:



(3)



M



(4)

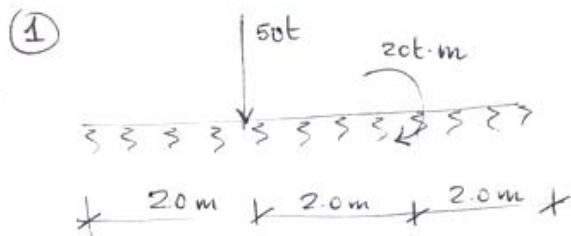
Calcolo dell'ascissa di taglio nullo:

$$\frac{12,4868}{4,5} \cdot z^* \cdot \frac{z^*}{2} = 30 - 2,8571$$

$$1,3874 z^{*2} = 27,1429 \rightarrow z^* = \sqrt{\frac{27,1429}{1,3874}} = 4,4231 \text{ m}$$

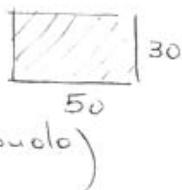
$$\begin{aligned} M(z^*) &= 2,8571 \cdot 4,4231 + \left(\frac{12,4868 \cdot 4,4231}{4,5} \right) \cdot \frac{4,4231 \cdot 4,4231}{2} + \\ &- 30 \cdot 2,4231 + 20 = 12,6372 + 40,019 - 72,693 + 20 = \\ &= -0,0368 \end{aligned}$$

Esercizi proposti

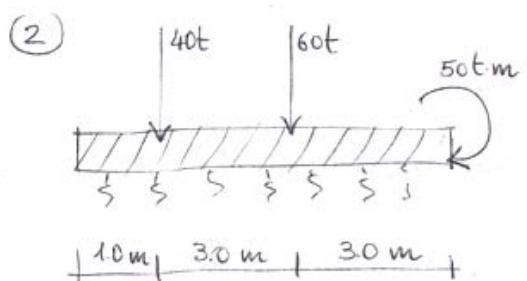


$$K = 100 \text{ kg/cm}^2$$

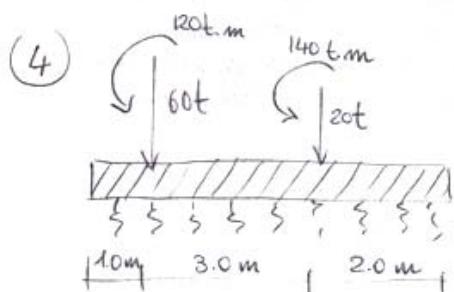
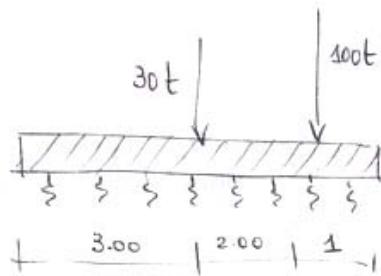
Trave di reazione



(trave elastica su suolo
elastico)

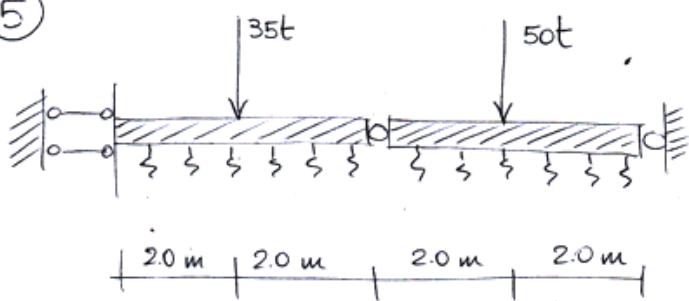


(3)

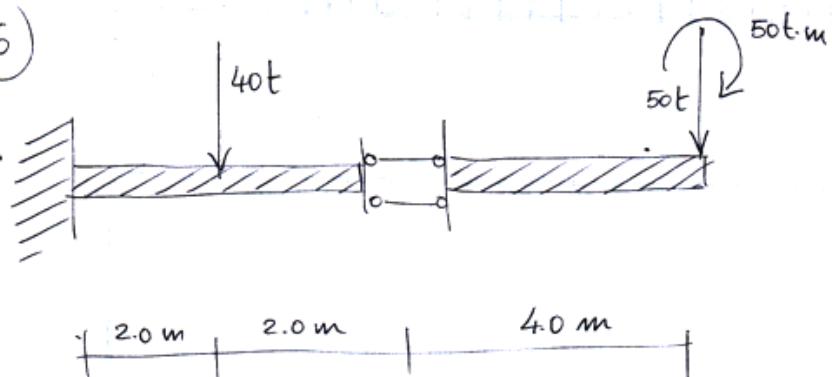


(5)

(5)



(6)



In tutti gli esercizi si valuti la deformata della struttura e i diaframmi di sollecitazione di taglio e momento.

(6)