

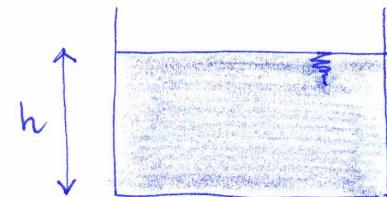
## Il concetto di capacità

Partiamo facendo riferimento ad un serbatoio che contiene acqua, una similitudine questa che appai a moto dell'acqua e moto delle casse molto utile e che prende il nome di "analogia idraulica".

d'energia potenziale contenuta

dall'acqua ferma nel serbatoio

dipende essenzialmente dal livello



dell'acqua stessa, ovvero dall'altezza che il suo pelo libero raggiunge rispetto al fondo del serbatoio.

Infatti detta "h" tale altezza se si volesse con un foro sul fondo far uscire l'acqua, la velocità, e quindi l'energia, sarebbe pari a:

$$v = \sqrt{\frac{h}{2g}}$$

Dunque maggiore è "h", maggiore è l'energia.

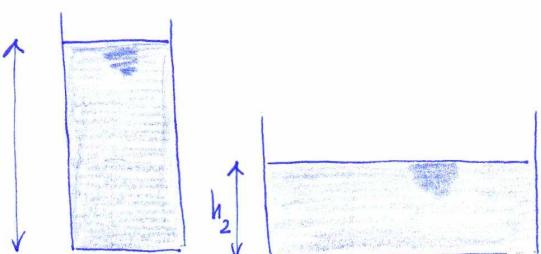
Ma da chi dipende il valore di "h"? Sicuramente dalla quantità di acqua nel serbatoio, ma anche dalla forma del serbatoio stesso.

In particolare, con riferimento alla figura a lato, diciamo  $h_1$

che il secondo dei due serbatoi

è più capace, perché a parità

di acqua contenuta al suo interno, l'altezza del pelo libero dell'acqua è minore.



In altre parole potremo definire la capacità di un serbatoio come il rapporto tra il volume di acqua al suo interno e l'altezza che si raggiunge

$$C = \frac{V_{H_2O}}{h} , \text{ infatti la capacità è maggiore quando:}$$

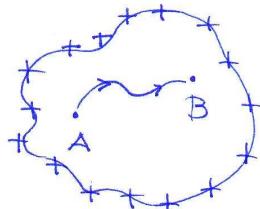
- a parità di altezza c'è maggiore quantità di acqua;
- a parità di quantità di acqua l'altezza risulta essere minore.

Possiamo ora tornare ai problemi di carattere elettrico, diciamo che un conduttore è caratterizzato da una distribuzione di carica superficiale tale da annullare il campo elettrico all'interno del conduttore stesso.

Ma se  $\vec{E} = \vec{0}$  dentro il conduttore

il lavoro fatto dal campo per

andare da un punto all'altro del



conduttore è zero, il che significa che la differenza di potenziale tra A e B è pari a zero  $\Delta V_{AB} = 0$ , il che equivale a scrivere  $V_A = V_B$ . Dunque tutti i punti del conduttore sono allo stesso potenziale, si parlerà, dunque, di potenziale dell'intero conduttore.

Ovviamente il potenziale dipenderà dalla quantità di carica  $Q$  che si dispone sul conduttore, ma anche

(2)

dalla forma del conduttore.

Si dirà allora capacità del conduttore il rapporto tra la carica su di esso depositata e il potenziale del conduttore:

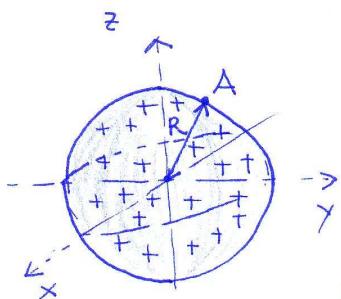
$$C = \frac{Q}{V} \quad \begin{array}{l} \text{l'analogia con il} \\ \text{caso del serbatoio} \end{array}$$

è evidente: il volume

di acqua corrisponde alla quantità di carica, mentre l'altezza corrisponde al potenziale.

Un conduttore sarà molto capace se grandi quantità di carica determinano limitati valori del potenziale, al contrario la capacità sarà bassa se piccole quantità di carica determinano grossi valori di potenziale.

Volendo fare un esempio consideriamo una sfera conduttrice, dotata di carica  $Q$  e avente raggio  $R$ .



Il potenziale del conduttore si può calcolare considerando un punto A sulla superficie e supponendo che l'intera carica  $Q$  sia concentrata al centro della sfera. L'ultima ipotesi

è giustificata dal fatto che poiché la curvatura della superficie di una sfera è costante, lo è anche la distribuzione di carica superficiale.

Il potenziale in A sarà così:

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}$$

questo valore è il potenziale di tutto il conduttore "V". Possiamo allora calcolare

(3)

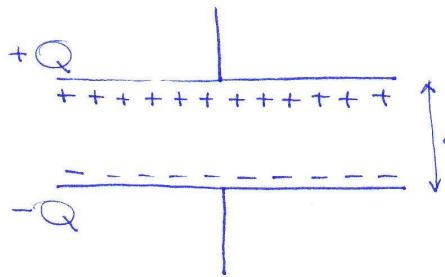
la capacità:

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R}} = 4\pi\epsilon_0 R$$

Se ne deduce, dunque, che la capacità di un conduttore sferico è direttamente proporzionale al raggio del conduttore, maggiore è il raggio, maggiore è la capacità.

La domanda da farsi ora è quando conviene utilizzare conduttori di elevata capacità e quando di bassa capacità. Tutto dipende da quale debba avere la funzione del conduttore: se deve servire da riserva di carica, conviene avere una elevata capacità, se deve essere "generatore" di un campo conviene una bassa capacità, in modo da utilizzare poca carica per avere un maggiore potenziale.

Passiamo ora ad analizzare lo stesso concetto con riferimento ad un conduttore particolare, ovvero un condensatore piano. Per condensatore piano si intende



un sistema costituito da due piani, uno carico positivamente ed uno negativamente, con la stessa densità di carica.

La definizione di capacità si può semplicemente estendere al caso del condensatore, sostituendo al potenziale, la differenza di potenziale tra i due piani (detti aematore del condensatore).

$C_{\text{cond}} = \frac{Q}{\Delta V}$  da differenza di potenziale tra le 2 armature è pari al lavoro del campo elettrico per portare una carica unitaria positiva da una armatura all'altra. Essendo il campo costante:  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ , il lavoro si ottiene semplicemente moltiplicandolo per la distanza da percorrere "d":

$$\Delta V = E \cdot d = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot d$$

Allo stesso tempo la carica sull'armatura si può calcolare moltiplicando la densità superficiale per l'area dell'armatura:  $Q = \sigma \cdot S$

Si ottiene allora:

$$C_{\text{cond}} = \frac{\sigma \cdot S}{\frac{\sigma}{\epsilon_0} \cdot d} = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d}$$

Si conclude che la capacità di un condensatore è direttamente proporzionale alla superficie delle armature, ed inversamente proporzionale alla distanza tra le armature.

Esempio:

Un condensatore ha sulle armature una carica  $Q = 50 \mu C$ , con una densità di carica  $\sigma = 100 \mu C/m^2$ , le armature sono a distanza  $d = 0,1 m$ .

Calcolare la capacità del condensatore

Soluzione:

$$Q = \sigma \cdot S \rightarrow S = \frac{Q}{\sigma} = \frac{10}{100} = 0,1 m^2$$

(5)

da cui il calcolo della capacità:

$$C_{\text{cond}} = \frac{\epsilon_0 \cdot S}{d} = \frac{8,9 \cdot 10^{-12}}{0,1} = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ F} = \\ = 8,9 \text{ pF}$$

La capacità è il rapporto tra una carica ed una differenza di potenziale, si misura in Farad, dove  $1 \text{ F} = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ V}}$ . Il Farad è una unità di misura molto grande per le capacità che si trovano nelle pratiche applicazioni.